

## เฉลยข้อสอบ (PAT1) ครั้งที่1 และครั้งที่2 ของ ม.4

1. กำหนดให้  $P(x)$  และ  $Q(x)$  เป็นประโยคเปิด ประโยค  $\forall x[P(x)] \rightarrow \exists x[\sim Q(x)]$  สมมูลกับประโยคในข้อใดต่อไปนี้

- ก.  $\forall x[\sim P(x) \rightarrow \exists x[Q(x)]]$       ข.  $\forall x[Q(x) \rightarrow \exists x[\sim P(x)]]$   
 ค.  $\exists x[P(x) \rightarrow \forall x[Q(x)]]$       ง.  $\exists x[\sim Q(x) \rightarrow \forall x[P(x)]]$

**ตอบ ข้อ ข**

$$\text{จากสูตร } p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

$$\begin{aligned} \forall x[P(x)] \rightarrow \exists x[\sim Q(x)] &\equiv \sim \exists x[\sim Q(x)] \rightarrow \sim \forall x[P(x)] \\ &\equiv \forall x[Q(x) \rightarrow \exists x[\sim P(x)]] \end{aligned}$$

2. กำหนดให้  $U = \{n \in I^+ / n \leq 10\}$  ประโยคในข้อใดต่อไปนี้มีความจริงเป็นเท็จ

- ก.  $\forall x \forall y [(x^2 = y^2) \rightarrow (x = y)]$       ข.  $\forall x \exists y [(x \neq 1) \rightarrow (x > y^2)]$   
 ค.  $\exists x \forall y [(xy) < (x + y)]$       ง.  $\exists x \exists y [(x - y)^2 \geq (y^2 + 9xy)]$

**ตอบ ข้อ ง.**

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

ไม่มีค่า  $x$  และ  $y$  ใน  $U$  แม้แต่ตัวเดียว ที่แทนในอสมการ  $(x - y)^2 \geq (y^2 + 9xy)$  แล้วเป็นจริง ดังนั้นจึงเป็นเท็จ

3. ในการสำรวจความเห็นของนักเรียน ม.ปลายจำนวน 880 คน เพื่อ สอบถามข้อมูลเกี่ยวกับการศึกษาต่อปรากฏว่าได้ผลดังนี้

- มีผู้ต้องการศึกษาต่อ 725 คน  
 มีผู้ต้องการทำงาน 160 คน  
 มีผู้ต้องการศึกษาต่อหรือทำงาน 813 คน

ผู้ที่ต้องการศึกษาต่อและทำงานด้วยมีจำนวนเท่ากับข้อใด

- ก. 67      ข. 72      ค. 85      ง. 90

**ตอบ ข้อ ข.**

$$\text{จากสูตร } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$813 = 725 + 160 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 72$$

4. กำหนด  $A = \{1, 2, \{1,2\}, \{1,2,3\}\}$  ข้อใดต่อไปนี้ผิด

- ก.  $\{1,2\} \in A$       ข.  $\{1,2,3\} \in A$       ค.  $\{1,2\} \subset A$       ง.  $\{1,2,3\} \subset A$

**ตอบ ข้อ ง.**

$$\{1,2,3\} \in A \text{ ส่วน } \{\{1,2,3\}\} \subset A$$

5. กำหนด  $A = \{x / (x^2 - 1)(x^2 - 3) \leq 15\}$  ถ้า  $a$  เป็นสมาชิกที่น้อยที่สุดในเซต  $A$  และ  $b$  เป็นสมาชิกค่ามากที่สุดในเซต  $A$  แล้ว  $(b - a)^2$  เท่ากับข้อใด

- ก. 24      ข. 16      ค. 8      ง. 4

**ตอบข้อ ง.**

$(x^2 - 1)(x^2 - 3) \leq 15$  ต้องแยกตัวประกอบใหม่เพื่อให้ด้านขวามือเป็นศูนย์

$$x^4 - 4x^2 - 12 \leq 0$$

$(x^2-6)(x^2+2) \leq 0$  ตัว  $(x^2+2)$  มีค่าเป็นบวกเท่านั้น จึงเหลือตัวที่คำนวณคือ

$$(x^2-6) \leq 0$$

$$(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6}) \leq 0$$

$$-\sqrt{6} \leq x \leq \sqrt{6} \quad \text{ดังนั้น } a = -\sqrt{6} \text{ และ } b = \sqrt{6} \quad , \quad (\sqrt{6} - (-\sqrt{6}))^2 = 24$$

6. กำหนดให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ  $\frac{(2x+1)(x-1)}{(2-x)} \geq 0$

B เป็นเซตคำตอบของสมการ  $2x^2 - 7x + 3 < 0$

ถ้า  $A \cap B = [c, d)$  แล้ว  $6c - d$  เท่ากับข้อใด

ก. 4

ข. 5

ค. 6

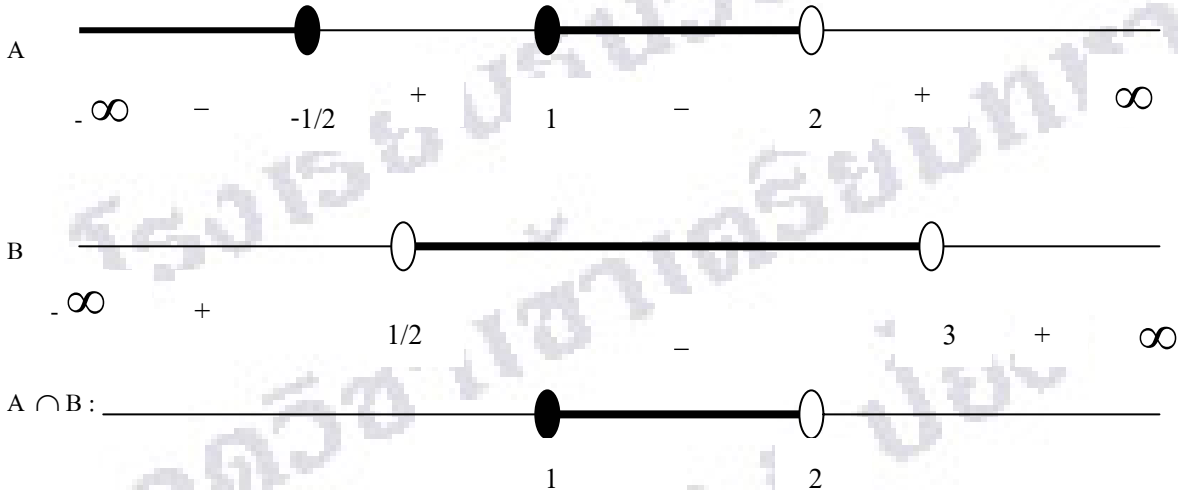
ง. 7

**ตอบ ข้อ ก.**

$$A: \frac{(2x+1)(x-1)}{(2-x)} \geq 0 \quad \infty$$

$$B: (2x-1)(x-3) < 0$$

$$\frac{(2x+1)(x-1)}{(x-2)} \leq 0$$



สรุป  $A \cap B = [1, 2)$  ดังนั้น  $c = 1$  และ  $d = 2$  สรุป  $6c - d = 6(1) - 2 = 4$

7. กำหนดให้ S เป็นเซตคำตอบของสมการ  $\frac{x^4 - 13x^2 + 36}{x^2 + 5x + 6} \geq 0$  ถ้า a เป็นจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดในเซต  $S \cap (2, \infty)$  และ b

คือจำนวนลบที่มีค่ามากที่สุดซึ่ง  $b \notin S$  แล้ว  $a^2 - b^2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. -9

ข. -5

ค. 5

ง. 9

**ตอบ ข้อ ก**

$$\frac{x^4 - 13x^2 + 36}{x^2 + 5x + 6} \geq 0$$

$$\frac{(x^2 - 9)(x^2 - 4)}{(x+3)(x+2)} \geq 0$$

$$\frac{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}{(x+3)(x+2)} \geq 0$$

ตัด  $(x+3)(x+2)$  แต่  $x \neq -3, -2$  ตัวที่ใช้คิดจึงเหลือ

$$(x-3)(x-2) \geq 0$$

$$S: (-\infty, 2) \cup (3, \infty)$$

$$S \cap (2, \infty) = (3, \infty) \text{ ดังนั้นค่าน้อยที่สุดคือ } a=3$$

$$S' = [2, 3] \text{ และ } -2 \text{ และ } -3 \text{ จำนวนเต็มลบมากที่สุดใน } S' \text{ คือ } -2 \text{ ดังนั้น } b = -2$$

$$\text{ค่า } (a^2 - b^2) = (3^2 - (-2)^2) = 9 - 4 = 5$$

8. กำหนดให้  $p, q, r$  เป็นประพจน์ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ประพจน์  $p \rightarrow (p \rightarrow (q \vee r))$  สมมูลกับประพจน์  $p \rightarrow (q \vee r)$

ข. ประพจน์  $p \wedge (q \rightarrow r)$  สมมูลกับประพจน์  $(q \rightarrow p) \vee \sim (p \rightarrow \sim r)$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. ก ถูก ข. ถูก

ข. ก. ถูก ข. ผิด

ค. ก ผิด ข. ถูก ง. ก. ผิด ข. ผิด

**ตอบข้อ ข**

ก. พิสูจน์จากซ้ายไปขวา

$$\begin{aligned} \text{L.S.} &= p \rightarrow (p \rightarrow (q \vee r)) \\ &= \sim p \vee (\sim p \vee (q \vee r)) \\ &= \sim p \vee \sim p \vee (q \vee r) \\ &= \sim p \vee (q \vee r) \\ &= p \rightarrow (q \vee r) = \text{R.S. แสดงว่าสมมูลกัน} \end{aligned}$$

ข. L.S. =  $p \wedge (q \rightarrow r)$

$$\begin{aligned} &= p \wedge (\sim q \vee r) \\ &= (p \wedge \sim q) \vee (p \wedge r) \end{aligned}$$

ไม่สามารถเปลี่ยนไปเป็น  $(q \rightarrow p) \vee \sim (p \rightarrow \sim r)$  แสดงว่าไม่สมมูลกัน

9. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือ  $U = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}\}$  ข้อใดต่อไปนี้ข้อใดถูก

ก.  $\forall x \forall y [x \cap y \neq \emptyset]$

ข.  $\forall x \forall y [x \cup y = U]$

ค.  $\forall x \exists y [y \neq x \wedge y \subset x]$

ง.  $\exists x \forall y [y \neq x \wedge y \subset x]$

**ตอบข้อ ก**

เพราะเซตทุกเซตที่เป็นสมาชิกใน  $U$  มีสมาชิกร่วมกันทุกเซต ดังนั้น intersect กัน จึงไม่มีโอกาสเป็นเซตว่าง

10. กำหนดให้  $A = \{\emptyset, \{1\}\}$  ข้อใดต่อไปนี้ผิด

ก.  $\emptyset \subset A$

ข.  $\{\emptyset\} \subset A$

ค.  $\{1, \{1\}\} \subset A$

ง.  $\{\{1\}, \{1, \{1\}\}\} \subset A$

**ตอบข้อ ข** เพราะ  $\{\emptyset\} \subset A$

11. กำหนดให้  $A = \{x/x \text{ เป็นจำนวนคู่บวกและ } x \leq 100\}$

และ  $B = \{x/x \in A \text{ และ } 3 \text{ หาร } x \text{ ลงตัว}\}$  จำนวนสมาชิกของเซต  $P(B)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $2^{16}$

ข.  $2^{17}$

ค.  $2^{18}$

ง.  $2^{19}$

ตอบข้อ ก.

A มีสมาชิกทั้งหมด 50 ตัว คือ 2, 4, 6, 8, ..., 100

B มีสมาชิกคือ 6, 12, 18, ..., 96 ใช้สูตรอนุกรมเลขคณิต  $96 = 6 + (n-1)6$  ย้ายข้างได้  $n = 16$  ตัว

จำนวนสมาชิกของ  $P(A) = 2^{16}$

12. กำหนดให้  $A = \{x \mid |x-1| \leq 3-x\}$  และ a เป็นสมาชิกค่ามากที่สุดของ A ค่าของ a อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

ก. (0, 0.5]      ข. (0, 1]      ค. (1, 1.5]      ง. (1.5, 2]

ตอบ ข้อ ง

$$\begin{aligned} |x-1| &\leq 3-x \\ &= -(3-x) \leq x-1 \leq 3-x \\ &= -(3-x) \leq x-1 \cap x-1 \leq 3-x \\ &= -3+x \leq x-1 \cap x-1 \leq 3-x \\ &= R \cap x \leq 2 \\ &= x \leq 2 \text{ ถ้า } a=2 \end{aligned}$$

13. กำหนดให้ S เป็นเซตคำตอบของสมการ  $2x^3 - 7x^2 + 7x + 2 = 0$  ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ S เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 2.1      ข. 2.2      ค. 3.3      ง. 3.5

ตอบข้อ ง

จาก  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 = 0$  ถ้ามีคำตอบ n คำตอบ

$$\text{ผลบวกของค่า } x \text{ คือ } -\frac{a_{n-1}}{a_n} = -\frac{-7}{2} = 3.5$$

$$\text{ผลคูณของค่า } x \text{ คือ } \frac{a_0}{a_n}$$

14. กำหนดให้  $A = [-2, -1] \cup [1, 2]$  และ  $r = \{(x, y) \in A \times A \mid x - y = -1\}$  ถ้า  $a, b > 0$  และ  $a \in D_r, b \in R_r$  แล้ว  $a+b$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 2.5      ข. 3      ค. 3.5      ง. 4

ตอบข้อ ข

a เป็นค่า x หรือโดเมนซึ่งมากกว่า 0 และอยู่ใน A ตัวเลขนั้นคือ 1 กับ 2

b คือค่า y หรือเรนจ์ซึ่งมากกว่า 0 และอยู่ใน A คือ 1 กับ 2 และ  $b = a+1$  ถ้า  $a=1$  ได้  $b=2$  ส่วนค่า  $a=2$

ได้  $y=3$  ใช้ไม่ได้เพราะไม่อยู่ใน A สรุปได้ว่า  $a=1, b=2$  ดังนั้น  $a+b=1+2=3$