

## ตัวอย่างการคำนวณหาค่าต่างๆในวิชาสถิติ

คะแนนสอบของนิสิตที่เรียนวิชาสถิติจำนวน 80 คน เป็นดังนี้

68	84	75	82	68	90	62	88	76	93
73	79	88	73	60	93	71	59	85	75
61	65	75	87	74	62	95	78	63	72
96	78	89	61	75	95	60	79	83	71
79	62	67	97	78	85	76	65	71	75
65	80	73	57	88	78	62	76	53	74
86	67	73	81	72	63	76	75	85	77
60	64	74	70	68	96	79	76	75	86

### 1. การนำข้อมูลไปแจกแจง

$$1.1 \ I = 1 + 3.3\text{Log}(80) = 7.28 = 8 \text{ ชั้น}$$

$$1.2 \ \text{พิสัย} = 97-53 = 44$$

$$1.3 \ \text{ความกว้างของชั้น} \ I = \frac{44}{8} = 5.5 = 6$$

$$1.4 \ \text{ขีดจำกัดล่างของชั้นแรก} = 53 - \frac{(6 \times 8 - 44)}{2} = 51$$

ดังนั้นขีดจำกัดของชั้นแรกคือ 51 - 56 โดยที่ 56 ได้มาจาก  $51 + 6 - 1 = 56$

#### 1.5 หาขอบเขตชั้น

$$\text{ขอบเขตจำกัดบนของชั้นแรก} = \frac{(56 + 57)}{2} = 56.5$$

$$\text{ขอบเขตจำกัดล่างของชั้นแรก} = 56.5 - I = 56.5 - 6 = 50.5$$

นำค่าต่างๆไปสร้างตารางแจกแจงความถี่ได้ดังนี้

ขีดจำกัดชั้น	ขอบเขตจำกัดชั้น	ความถี่	ค่ากึ่งกลางชั้น	ความถี่สะสม (CF)
51-56	50.5-56.5	1	53.5	1
57-62	56.5-62.5	11	59.5	12
63-68	62.5-68.5	11	65.5	23
69-74	68.5-74.5	13	71.5	36
75-80	74.5-80.5	22	77.5	58
81-86	80.5-86.5	9	83.5	67
87-92	86.5-92.5	6	89.5	73
93-99	92.5-99.5	7	95.5	80
รวม		80		

## 2. การวัดแนวโน้มเข้าสู่ศูนย์กลาง

### 2.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$$\bar{X} = A + I \left( \frac{\sum fd}{\sum f} \right)$$
 เลือกชั้นที่มีความถี่สูงสุดคือ ความถี่ 22 แล้วให้ค่า  $d = 0$  ส่วนค่าด้านบนมี  $d = -1, -2, -3, -4$  ส่วนด้านล่างค่า  $d = 1, 2, 3$  ได้ผลดังตาราง

ค่ากลาง	ความถี่ f	ค่า d	ค่า fd
53.5	1	-4	-4
59.5	11	-3	-33
65.5	11	-2	-22
71.5	13	-1	-13
77.5	22	0	0
83.5	9	1	9
89.5	6	2	12
95.5	7	3	21
รวม	80		-30

$$\bar{X} = 77.5 + 6 \left( \frac{-30}{80} \right) = 75.25$$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนที่นิสิตสอบได้คือ 75.25 คะแนน

### 2.2 มัธยฐาน (ยึดถือตำแหน่งตามความถี่สะสม)

$$Med = L + I \left( \frac{\frac{N}{2} - CF_1}{CF_2 - CF_1} \right), \text{ มีตำแหน่งที่ } \frac{N}{2} \text{ ซึ่งคือตำแหน่ง 40}$$

ขอบเขตจำกัดชั้น	ความถี่	ความถี่สะสม (CF)
50.5-56.5	1	1
56.5-62.5	11	12
62.5-68.5	11	23
68.5-74.5	13	36
74.5-80.5	22	58
80.5-86.5	9	67
86.5-92.5	6	73
92.5-99.5	7	80
	80	

$$Med = 74.5 + 6 \left( \frac{40 - 36}{58 - 36} \right) = 75.59$$

## 2.3 ฐานนิยม (คำนวณละเอียดโดยใช้สูตร)

$$Mode = L + I \left( \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \right) \quad \text{เลือกชั้นที่มีความถี่สูงสุดคือ 22}$$

$$Mode = 74.5 + 6 \left( \frac{22 - 13}{(22 - 13) + (22 - 9)} \right) = 76.95$$

## 2.4 ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต

$$G = \sqrt[n]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_k^{f_k}}$$

$$G = \sqrt[80]{53.5^1 \cdot 59.5^{11} \cdot 65.5^{11} \cdot 71.5^{13} \cdot 77.5^{22} \cdot 83.5^9 \cdot 89.5^6 \cdot 95.5^7}$$

ใส่ log ทั้ง 2 ข้าง ได้

$$\log G = \frac{1}{80} (\log 53.5 + 11 \log 59.5 + 11 \log 65.5 + 13 \log 71.5 + 22 \log 77.5 + 9 \log 83.5 + 6 \log 89.5 + 7 \log 95.5)$$

$$\log G = \frac{1}{80} (1.73 + 19.52 + 19.98 + 24.11 + 41.56 + 17.30 + 11.71 + 13.86) = 1.8721$$

เปิดตาราง Anti- log ได้  $G = 74.49$  คะแนน

## 3. การหาค่า ณ ตำแหน่งต่างๆ

## 3.1 เปอร์เซ็นไทล์ที่ r

$$P_r = L + I \left( \frac{\frac{nr}{100} - CF_1}{CF_2 - CF_1} \right) \quad \text{มีตำแหน่งที่ } \frac{nr}{100}$$

## 3.2 เดซิล์ที่ r

$$D_r = L + I \left( \frac{\frac{nr}{10} - CF_1}{CF_2 - CF_1} \right) \quad \text{มีตำแหน่งที่ } \frac{nr}{10}$$

## 3.3 ควอไทล์ที่ r

$$Q_r = L + I \left( \frac{\frac{nr}{4} - CF_1}{CF_2 - CF_1} \right) \quad \text{มีตำแหน่งที่ } \frac{nr}{4}$$

นำตารางที่มีความถี่สะสมมาใช้งาน เพราะเราต้องใช้ตำแหน่งของข้อมูล

ขอบเขตจำกัดชั้น	ความถี่	ความถี่สะสม (CF)
50.5-56.5	1	1
56.5-62.5	11	12
62.5-68.5	11	23
68.5-74.5	13	36
74.5-80.5	22	58
80.5-86.5	9	67
86.5-92.5	6	73
92.5-99.5	7	80
	80	

ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 30 มีคะแนนเท่าใด (ตำแหน่งตรงกับความถี่สะสม  $\frac{30 \times 80}{100} = 24$  อยู่ช่วง 23 – 36)

$$P_r = 68.5 + 6\left(\frac{24 - 23}{36 - 23}\right) = 68.96$$

ตำแหน่งเดซิล์ที่ 8 มีคะแนนเท่าใด (ตรงกับความถี่สะสม  $\frac{8 \times 80}{10} = 64$  อยู่ในช่วง ความถี่สะสม 58 – 67)

$$D_r = 80.5 + 6\left(\frac{64 - 58}{67 - 58}\right) = 84.5$$

ตำแหน่งควอไทล์ที่ 3 มีคะแนนเท่าใด (ตรงกับความถี่สะสม  $\frac{3 \times 80}{4} = 60$  อยู่ในช่วง ความถี่สะสม 58 – 67)

$$Q_r = 80.5 + 6\left(\frac{60 - 58}{67 - 58}\right) = 81.83$$

#### 4. การวัดการกระจาย

4.1 พิสัย = ค่าสูงสุดของชั้นที่มีค่ามากที่สุด - ค่าต่ำสุดของชั้นที่มีค่าน้อยที่สุด

$$\text{จากตาราง คือ พิสัย} = 99.5 - 50.5 = 49$$

4.2 ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^N |X_i - \bar{X}| f_i}{N} \quad \text{นำตารางมาเขียนองค์ประกอบที่ต้องการ}$$

$$\text{โดยที่ } \bar{X} = 75.25$$

ค่ากลาง	ความถี่ f	$ X_i - \bar{X} $	$f_i  X_i - \bar{X} $
53.5	1	21.75	21.75
59.5	11	15.75	173.25
65.5	11	9.75	107.25
71.5	13	3.75	48.75
77.5	22	2.25	49.50
83.5	9	8.25	74.25
89.5	6	14.25	85.50
95.5	7	20.25	141.75
รวม	80		702

$$M.D. = \frac{702}{80} = 8.775$$

### 4.3 ค่าแปรปรวน

#### 4.3.1 ประชากร

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum f_i (X_i - \mu)^2}{N} = \frac{\sum f_i X_i^2 - \frac{(f_i X_i)^2}{N}}{N} \\ &= \frac{\sum f_i X_i^2}{N} - (\mu)^2 \end{aligned}$$

#### 4.3.2 ตัวอย่าง

$$S.D.^2 = \frac{\sum f_i (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{\sum f_i X_i^2 - \frac{(f_i X_i)^2}{n}}{n-1} = \frac{\sum f_i X_i^2 - n(\bar{X})^2}{n-1}$$

สำหรับตัวอย่างนี้ เป็นประชากรเพราะเป็นจำนวนนักเรียนที่เรียนวิชาสถิติทั้งหมด 80 คน เราไม่ได้สุ่มเอาบางส่วน

นำตารางมาเขียนข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม โดยมี  $\mu = 75.25$

ค่ากลาง	ความถี่ f	$f_i X_i^2$	$\frac{f_i X_i^2}{N}$
53.5	1	2862.25	35.78
59.5	11	38942.75	486.78
65.5	11	47192.75	589.91
71.5	13	112469.50	1405.87
77.5	22	132137.50	1651.71
83.5	9	62750.25	784.38
89.5	6	48061.50	600.77
95.5	7	63841.75	798.02
รวม	80		6353.22

$$\text{ค่าความแปรปรวนของประชากร } \sigma^2 = 6353.22 - 75.25^2 = 690.66$$

#### 4.4. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$4.4.1 \text{ ของประชากรคือ } \sqrt{\sigma^2} = \sigma$$

$$\text{สำหรับตัวอย่างนี้เป็นประชากรดังนั้นค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานคือ } \sqrt{690.66} = 26.28$$

$$4.4.2 \text{ ของตัวอย่างคือ } \sqrt{S.D.^2} = S.D.$$

#### 4.5. พิสัยควอไทล์

$$\text{พิสัยควอไทล์} = Q_3 - Q_1$$

จากตัวอย่างดังกล่าวนำตารางความถี่สะสมมาใช้หาค่าควอไทล์ที่3และ1

ขอบเขตจำกัคชั้น	ความถี่	ความถี่สะสม (CF)
50.5-56.5	1	1
56.5-62.5	11	12
62.5-68.5	11	23
68.5-74.5	13	36
74.5-80.5	22	58
80.5-86.5	9	67
86.5-92.5	6	73
92.5-99.5	7	80
	80	

ตำแหน่งของ  $Q_3$  คือ 60 อยู่ระหว่าง 58 กับ 67

$$Q_3 = 80.5 + 6 \left( \frac{60 - 58}{67 - 58} \right) = 81.83$$

ตำแหน่งของ  $Q_1$  คือ 20 อยู่ระหว่าง 12 กับ 23

$$Q_1 = 62.5 + 6 \left( \frac{20 - 12}{23 - 12} \right) = 66.86$$

$$\text{พิสัยควอไทล์} = 81.83 - 66.86 = 14.97$$

#### 4.6 ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$Q.D. = \frac{81.83 - 66.86}{2} = 7.485$$

#### 4.7 สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

$$C.D. = \frac{M.D.}{\mu} \text{ สำหรับประชากร}$$

จากข้อมูลเป็นประชากร  $C.D. = \frac{8.775}{75.25} = 0.1166$

$$C.D. = \frac{M.D.}{\bar{X}} \text{ สำหรับตัวอย่าง}$$

4.8 สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์

$$C.D.Q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$C.D.Q = \frac{81.83 - 66.86}{81.83 + 66.86} = 0.101$$

4.9 สัมประสิทธิ์ความแปรผัน

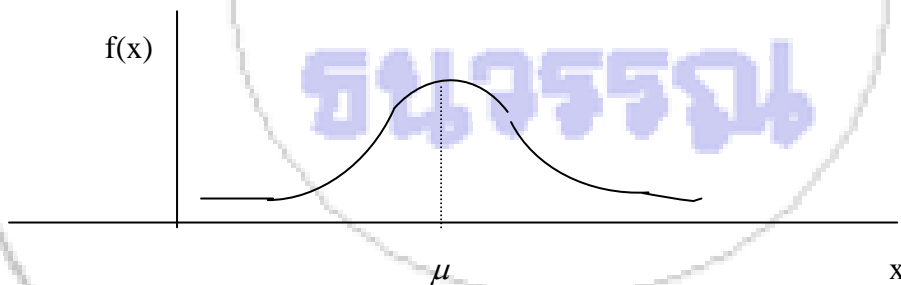
$$C.V. = \frac{\sigma}{\mu} \text{ สำหรับประชากร}$$

$$C.V. = \frac{SD}{\bar{X}} \text{ สำหรับตัวอย่าง}$$

จากข้อมูลดังกล่าวเป็นแบบประชากรดังนั้น

$$C.V. = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{26.28}{75.25} = 0.3492 = 34.92\%$$

5. การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติมาตรฐาน



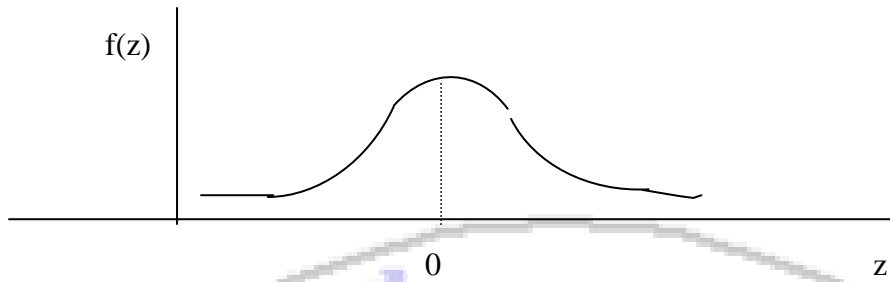
กราฟความน่าจะเป็นของโค้งปกติคือ  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$

แต่เนื่องจากความยุ่งยากในการคำนวณ จึงกำหนดให้  $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

ดังนั้นฟังก์ชันความน่าจะเป็นของโค้งปกติจึงกลายเป็น

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2}$$

โค้งระฆังจึงกลายเป็นกราฟของ  $z$  ดังรูป



สำหรับพื้นที่ใต้กราฟของ  $f(z)$  คือความน่าจะเป็นสะสมจากซ้ายมือไปถึงตำแหน่ง  $z$  ที่คำนวณจากค่า  $x$  เขียนแทนด้วย

$P(Z < z)$  เมื่อ  $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$  ซึ่งสามารถหาค่าได้จากตารางความน่าจะเป็นของโค้งปกติมาตรฐานที่แจกไปให้ในสัปดาห์ก่อน

