

สนุกกับท่อและถังน้ำ

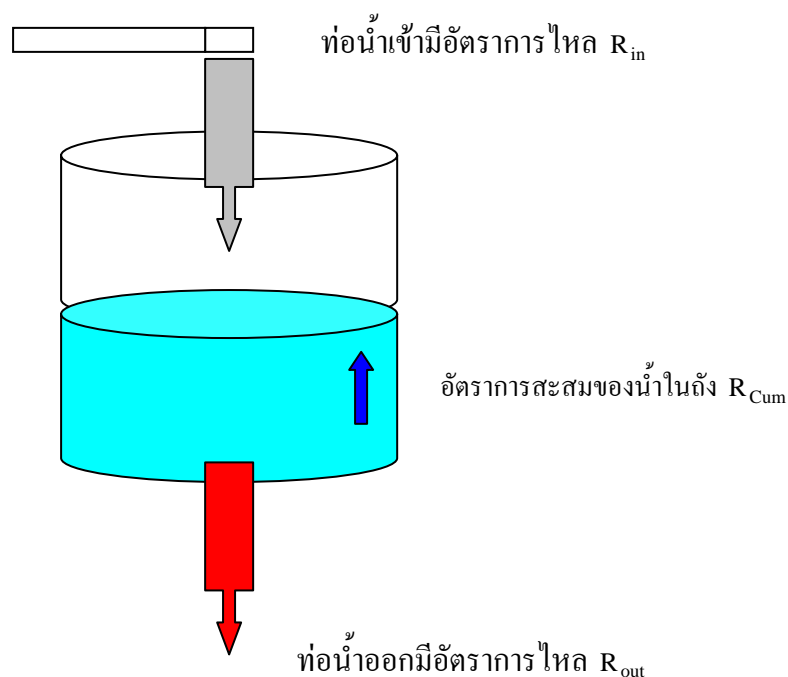
สวัสดิ์นักเรียนที่เข้ามารับการบริการความรู้จากโรงเรียนกวดวิชา
 ธนวรรณ จากประสบการณ์ที่สอนคณิตศาสตร์มาหลายปี พบว่าปัญหาหนึ่งในการเรียน
 คณิตศาสตร์คือการประยุกต์คณิตศาสตร์เข้ากับศาสตร์อื่นไม่ได้ เพราะฐานความรู้จาก
 ศาสตร์อื่นๆไม่มี เช่น โจทย์สมการตัวแปรเดียวเกี่ยวกับการไหลของน้ำในถัง ซึ่งจะต้อง
 ใช้ฐานความรู้ทางฟิสิกส์ในเรื่องอัตราการไหล แต่นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ยัง
 ไม่ได้เรียน การนำไปใช้ร่วมกันระหว่างคณิตศาสตร์และฟิสิกส์จึงเกิดความสับสนแก่
 นักเรียน ด้วยเหตุนี้ทางสถาบันกวดวิชาธนวรรณจึงได้บูรณาการความรู้จากทั้งสอง
 ศาสตร์เข้าด้วยกันเพื่อสนับสนุนความรู้ความเข้าใจของนักเรียนต่อไป

1. หลักการเกี่ยวกับอัตราการไหล

อัตราการไหล (Rate) = $\frac{V}{t}$ หน่วย ลบ.เมตร/วินาที

เมื่อ V คือ ปริมาตรที่น้ำหรือของเหลวเคลื่อนที่ไปได้ในห้วงเวลา t

หน่วย



จากรูปถัง ท่อน้ำเข้าไหลเร็วกว่าท่อน้ำออกดังนั้นจึงมีน้ำสะสมในถังด้วยอัตรา
 R_{Cum} เราสามารถสร้างสมการความสัมพันธ์ของการไหลได้ดังสมการ

$R_{Cum} = R_{In} - R_{Out}$
$\frac{V_T}{t_t} = \frac{V_1}{t_1} - \frac{V_2}{t_2}$

2. การนำไปประยุกต์ใช้กับสมการตัวแปรเดียวทางคณิตศาสตร์

การนำไปประยุกต์ใช้ในทางคณิตศาสตร์นั้นอาจมีลักษณะโจทย์ 2 แบบคือ

2.1 แทนค่าสูตรแล้วหาคำตอบ

ตัวอย่างที่ 1

ถังน้ำถังหนึ่งมีท่อน้ำเข้า 2 ท่อ ท่อที่ 1 สามารถทำให้น้ำเต็มถังในเวลา 4 นาที ท่อที่ 2 สามารถทำให้น้ำเต็มถังในเวลา 8 นาที ถ้าวันที่ไม่มีน้ำในถัง เราเปิดท่อน้ำเข้าทั้งสองท่อพร้อมกันนานเท่าใดที่จะทำให้น้ำเต็มถัง

วิธีทำ

เนื่องจากท่อน้ำทั้งสองเป็นท่อน้ำเข้าดังนั้นอัตราการไหลจึงเป็นบวกทั้งคู่

$$\frac{V_T}{t_t} = \frac{V_1}{t_1} + \frac{V_2}{t_2}$$

เราเพียงแค่แทนค่าไปตามความหมายของตัวแปรแต่ละตัวแล้วหาคำตอบที่โจทย์ถามซึ่งคือการหา t_t จากโจทย์กำหนดให้ถังน้ำมีปริมาตร V เราสามารถแทนค่าในสูตรได้คือ

$$\frac{V}{t_t} = \frac{V}{4} + \frac{V}{8}$$

นำ V หารตลอดแล้วย้ายข้างได้ค่า $t_t = \frac{8}{3}$ นาที ตอบ ถ้าเปิดท่อทั้งสองพร้อมกันน้ำจะเต็มถึงในเวลา $\frac{8}{3}$ นาที

2.2 ชับซ้อนขึ้นโดยการกำหนดเงื่อนไขการคิดเป็นช่วงๆ

ตัวอย่างที่2

ถังน้ำถังหนึ่งมีท่อน้ำเข้าซึ่งทำให้น้ำเต็มถึงในเวลา 4 นาที และมีท่อน้ำออกซึ่งสามารถทำให้น้ำลดลงครึ่งถึงใน 4 นาที ถ้าวันหนึ่งไม่มีน้ำในถังเลย เปิดท่อน้ำเข้า (เปิดท่อน้ำออก) นาน 1 นาที แล้วจึงเปิดท่อน้ำออก (ส่วนท่อน้ำเข้ายังคงไหลอย่างต่อเนื่อง) อยากรทราบว่ายอีกนานเท่าใดน้ำจึงเต็มถึง

วิธีทำ

เงื่อนไขที่ 1 เปิดเฉพาะท่อน้ำเข้า สมการจึงเป็น

$$\frac{V_T}{t_t} = \frac{V_1}{t_1}$$

แทนค่า

$$\frac{V_{T1}}{1} = \frac{V}{4}$$

ดังนั้นเปิดท่อน้ำเข้าไป 1 นาที จะได้ปริมาตร $V_{T1} = \frac{V}{4}$ เหลือน้ำ $V - \frac{V}{4} = \frac{3V}{4}$

เงื่อนไขต่อมา เปิด 2 ท่อพร้อมกัน ด้วยช่องว่างของถัง $\frac{3V}{4}$

$$\frac{V_T}{t_t} = \frac{V_1}{t_1} - \frac{V_2}{t_2}$$

$$\frac{\frac{3V}{4}}{t_t} = \frac{V}{4} - \frac{V}{4}$$

นำ V หารตลอดได้

$$\frac{3}{4t_t} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$$

ย้ายข้างหาค่า t_t ได้ 6 นาที ตอบ หลังจากเปิดท่อน้ำออก ใช้เวลาอีก 6 นาที จึงทำให้น้ำเต็มถึง

แบบฝึกหัดเสริมความรู้เรื่องท่อน้ำ

1. ถังน้ำถึงหนึ่งมีท่อน้ำเข้า 2 ท่อ ท่อที่ 1 สามารถทำให้น้ำเต็มถังในเวลา 4 นาที ท่อที่ 2 สามารถทำให้น้ำเต็มถังในเวลา 6 นาที นอกจากนี้ยังมีท่อน้ำออกซึ่งสามารถทำให้น้ำหมดถังในเวลา 8 นาที ถ้าวันหนึ่งไม่มีน้ำในถัง เราได้เปิดท่อทั้ง 3 พร้อมกัน นานเท่าใด น้ำจึงเต็มถัง

ก. $\frac{23}{7}$ นาที ข. $\frac{24}{7}$ นาที ค. $\frac{25}{7}$ นาที ง. $\frac{26}{7}$ นาที

2. ถังน้ำถึงหนึ่งมีท่อน้ำเข้าซึ่งสามารถทำให้น้ำเต็มถังในเวลา 12 นาที และมีท่อน้ำออกซึ่งสามารถทำให้น้ำหมดถังในเวลา 16 นาที วันหนึ่งไม่มีน้ำในถังเราได้เปิดท่อน้ำทั้งสองพร้อมกันพบว่าในถังมีน้ำสะสม 2 ลบ.เมตร ใน 15 นาที จงหาปริมาตรของถังใบนี้

ก. 19.2 ลบ.ม ข. 19.4 ลบ.ม ค. 19.6 ลบ.ม. ง. 19.8 ลบ.ม.

3. ถังใบหนึ่งมีท่อ 2 ท่อ ท่อใหญ่เปิดน้ำเข้าเต็มถังในเวลา 18 นาที ท่อเล็กเปิดน้ำออกหมดถังในเวลา 20 นาที เมื่อเปิดท่อใหญ่ถึงยังไม่มีน้ำ เมื่อน้ำเข้าได้ครึ่งถังจึงเปิดท่อเล็ก นานเท่าไรน้ำจึงเต็มถังกนับเวลาตั้งแต่เปิดท่อใหญ่

1. 99 นาที 2. 102 นาที
3. 110 นาที 4. 120 นาที

4. ถังใบหนึ่งมีท่อ 2 ท่อ ท่อหนึ่งเปิดน้ำเข้าเต็มในเวลา 2 ชั่วโมง อีกท่อเปิดน้ำออกหมดถังใน 3 ชั่วโมง ถ้าถังยังว่างอยู่เปิด 2 ท่อพร้อมกัน นานเท่าใดน้ำจึงเต็มถัง

1. 4 ชั่วโมง 2. 5 ชั่วโมง
3. 6 ชั่วโมง 4. 7 ชั่วโมง

5. ท่อ ก กับท่อ ข ขณะอ่างว่างไขน้ำเข้าอ่างเต็มใน 10 นาที และ 15 นาที ตามลำดับ ถ้าเปิดน้ำ 2 ท่อพร้อมกัน ขณะมีน้ำ $\frac{2}{3}$ ของอ่างน้ำจะเต็มในกี่นาที

1. 1 นาที 2. 2 นาที
3. 3 นาที 4. 4 นาที

หมายเหตุ : ข้อ 3 – 5 นำมาจาก math1.snru.ac.th/UserFiles/File/.../unit%205-2.doc

